Etappe 1: Een grafiek plotten.

Plot1 Plot2

Y1 =Y2 =Y3 =

Y4 =
Y5 =
Y6 =
Y7 =
Y8 =
Y9 =

Eén van de meest gebruikte mogelijkheden van je TI-84 is het plotten van grafieken. Daarvoor zul je vooral de 4 gekleurd omcirkelde knoppen hiernaast gebruiken.

"PLOTTEN" is eigenlijk hetzelfde als tekenen van een grafiek, alleen doet in dit geval je rekenmachine het werk voor je.

Het gaat als volgt:

Y= Als je deze knop (de blauwe hiernaast) indrukt kom je in het menu om een formule in te voeren. Dat ziet er zó uit:

Plot3

Als je wat anders in beeld hebt moet je MODE indrukken en dan zorgen dat de vierde regel op Function staat. Zie hiernaast.

Staan er al formules in, dan kun je die verwijderen door er op te gaan staan met de cursor en dan **CLEAR** te gebruiken.

X,**T**,**θ**, *n* Je kunt nu de formule invoeren waarbij de *x* (of welke letter je ook maar in je formule hebt staan) gegeven wordt door de "vreemde" knop hiernaast (oranje omcirkeld in de TI-84 bovenaan).

WINDOW Het is nu zaak om aan te geven tussen welke waarden jouw *x*-as en *y*-as moeten bestaan. Dat gaat met de knop WINDOW (groen omcirkeld hierboven) Je krijgt dan het beeld hiernaast.

Bij Xmin en Xmax kun je de kleinste en de grootste *x*waarden die je in beeld wilt hebben invoeren. En op dezelfde manier bij Ymin en Ymax de kleinste en grootste *y*-waarden.

(Xscl en Yscl zijn niet zo belangrijk; ze geven aan om de hoeveel getallen er een streepje op de xas of y-as moet komen te staan).

GRAPH Druk tenslotte op **GRAPH** (geel omcirkeld) en je TI tekent een grafiek voor je. Voila!









<u>Wat kan er misgaan?</u>



Help, ik krijg **ERR:SYNTAX** in beeld. Wat moet ik doen?

Waarschijnlijk staat er een fout in je formule. Bijvoorbeeld een haakje dat wordt geopend

maar niet gesloten. Als je op 2:GOTO gaat staan en dan ENTER indrukt dan kom je op de plek van de fout in je formule.

De meest gemaakte fouten: haakjes missend of teveel

• het verkeerde minteken.

De - staat voor "van elkaar aftrekken" en de (-) voor "negatief getal"



Help, ik krijg ERR: INVALID DIM in beeld. Wat moet ik doen? Het kan zijn dat er statistiekplots aanstaan. Als je Y = indrukt staat daar boven in beeld plot1, plot2 en plot3. Die moeten niet zwart zijn! Als dat wel zo is, ga er dan met de cursor heen en druk op ENTER.



ERR∶SYNTAX ∐∎Quit

2:Goto



Help, ik krijg geen foutmelding in beeld, maar ook geen grafiek! Wat moet ik doen?

Controleer of het = teken van Y = wel zwart is. Als dat niet zo is, dan staat jouw formule niet aan. Ga op het = teken staan en druk op ENTER.

Als dat niet helpt kijk dan hieronder bij WINDOW.



Help, ik krijg geen *x*-as en *y*-as in beeld. Wat moet ik doen?

Met **FORMAT** kun je kijken of je assen aan staan of uit (AxesOn - AxesOff). Als dat niet helpt kijk dan hieronder bij WINDOW.





WINDOW.

Soms doe je "niets fout" maar krijg je toch geen grafiek in beeld. Dat komt dan omdat de grafiek buiten je beeld valt, of juist ergens zo klein in een hoekje van je beeld zit dat je het niet ziet.

Plot bijvoorbeeld de grafieken van Y1 = 1/(X - 500) en $Y2 = X^{6} + 200$ en je ziet waarschijnlijk beide keren niets!

Er zijn twee manieren om je WINDOW in zo'n geval toch goed te krijgen

manier 1: Laat je rekenmachine het doen!

Met de toets **ZOOM** en dan optie **0: Zoomfit** gaat je rekenmachine zelf proberen een geschikt venster te vinden. Mijn TI-84 geeft bij deze formules dan de vensters en grafieken hieronder.



manier 2: Gebruik TABLE

Bij **TABLE** kun je gewoon zien hoe groot de *y*-waarden bij bepaalde *x*-waarden zijn. Vaak weet je uit het verhaaltje bij een opgave al wel ongeveer hoe groot de *x*waarden moeten zijn, en dan kun je in de tabel kijken hoe groot de bijbehorende *y*waarden, en dus Ymin en Ymax, moeten zijn. Via **TBLSET** kun je instellen bij welke *x* je tabel moet beginnen (TblStart) en hoe groot de stappen tussen de opvolgende *x*-waarden moeten zijn (DTbl)

Deze methode is eigenlijk wat beter omdat je beter in de gaten houdt wat er aan de hand is.

Bij de eerste formule zou je misschien uit de tekst kunnen

opmaken dat x in de buurt van de 500 ligt. Bij **TABLE** zie je dan in de buurt van x = 500 waarden van y in de buurt van -0,5.



WINDOW Xmin = 450, Xmax = 550, Ymin = -1 en Ymax = 1 geeft de grafiek hiernaast en die is natuurlijk veel mooier dan de grafiek die je rekenmachine met Zoomfit had gevonden.

> De *x*-waarden kun je wel uit de tekst halen. De *y*-waarden kun je bij TABLE vinden.

Als je met één van deze beide methoden maar eenmaal een klein stukje van de grafiek in beeld hebt, kun je daarna wel proberen om de "hele" grafiek beter of mooier in beeld te krijgen

OPGAVEN

1. Schets de grafieken van de volgende formules:

a.
$$N = t^4 - 3t^3 + 12$$

b.
$$P = \sqrt{(0,01q^2 - 2)}$$

2. De hoeveelheid landijs aan de Zuidpool neemt elk jaar vanaf de zomer langzaamaan toe, en vanaf zo ongeveer half september neemt die hoeveelheid weer af.

Een meteoroloog heeft het volgende model opgesteld:

$$H = -0,57t^2 + 121,55t + 12300$$

Daarin is H de oppervlakte van het Zuidpoolijs in duizenden km^2 , en *t* de tijd in dagen met *t* = 0 op 1 juni.

Het model is geldig vanaf 1 juni tot het eind van het jaar. Schets de grafiek die bij deze formule hoort

3. De hoeveelheid energie (E, in joule) die bij een aardbeving vrijkomt hangt af van de grootte (G) van die aardbeving op de schaal van Richter volgens de volgende formule:

$$E = 2 \cdot 10^{(1,5G+4,5)}$$

- a. Schets de grafiek van E
- b. Onderzoek met de tabel voor welke groottes G de energie meer dan 10^{16} joule is.

4. Het bloedsuikergehalte neemt nadat je een maaltijd hebt genomen eerst toe, en daarna weer af. Dat bloedsuikergehalte (BS, in mol/liter) hangt dus af van de tijd t (in minuten na het nemen van een maaltijd).
Voor het bloedsuikergehalte van een bepaalde proefpersoon is het volgende model opgesteld voor de eerste drie uur na inname van een maaltijd:

$$BS(t) = \frac{0,008t^2 + 160 + 24\sqrt{t}}{(t+170)^2}$$

Schets de grafiek van BS voor de eerste drie uur na een maaltijd.

 Een bliksemflits duurt normaal gesproken maximaal een halve seconde. Er is een verband ontdekt tussen de tijdsduur (*t* in seconden) van een bliksemflits en de grootte van de elektrische stroom (I, in ampère) die er loopt.

Het volgende model blijkt deze situatie redelijk goed te omschrijven voor bliksemflitsen van meer dan 10 msec (dat is 0,01 sec):

$$I = \frac{1800}{12000t + 0,007}$$

Schets de grafiek van de stroom tijdens een bliksemflits.

Etappe 2: Snijpunten.

Als je meerdere formules hebt ingevoerd (via Y =), dan kun je je rekenmachine de snijpunten van de grafieken die bij die formules horen laten berekenen.

Dat gaat als volgt:

Voer eerst twee formules in bij **Y** = Bijvoorbeeld Y1 = 2X + 1 en Y2 = $X^2 - 2$ Laat de grafieken in één figuur plotten en zorg dat je snijpunten in beeld hebt. Hiernaast is dat gebeurd (met **WINDOW:** Xmin = -6, Xmax = 6, Ymin = -6, Ymax = 10)

Vervolgens druk je op **CALC** en je neemt optie **5 : intersect.** Je rekenmachine gaat je nu vragen van welke twee grafieken je het snijpunt wilt hebben (het zou immers kunnen dat je meer dan twee formules hebt ingevoerd)

In beeld krijg je eerst **"First Curve?"** met bovenin een formule. Als dat inderdaad één van de benodigde formules is, druk je op **ENTER.** (als het niet zo is, kun je via de cursortoetsen "omhoog" en "omlaag" andere formules kiezen)

Dan vraagt je rekenmachine "**Second Curve?**" en weer druk je op **ENTER** als de tweede formule boven in beeld staat.

Tot slot krijg je de vraag "Guess?"

Ga met de cursor ongeveer op het gewenste snijpunt staan, druk op **ENTER** en het snijpunt wordt voor je berekend.



In dit geval is het snijpunt dus het punt (3, 7) (of (-1, -1) als je bij Guess daarheen was gegaan met de cursor)

Meest voorkomende toepassing.

Het vaakst zul je dit gebruiken als je een vergelijking moet oplossen. Ofwel als gevraagd wordt: wanneer zijn de twee formules gelijk aan elkaar? Immers, voor het snijpunt van twee grafieken schrijf je de formules achter elkaar met "="ertussen.

Hierboven hebben we eigenlijk opgelost $2x + 1 = x^2 - 2$

De x van het snijpunt is dus meteen de oplossing van de vergelijking.

De x van het snijpunt is de oplossing van de vergelijking

Dat betekent dat je voortaan altijd als je een vergelijking krijgt de ene kant van het =teken bij Y1= kunt zetten en de andere kant bij Y2= en dan met intersect de oplossing kunt vinden.



Af en toe moet je gewoon zélf een grafiek verzinnen.

Voorbeeld: laten we maar eens een <mark>examenvraagstuk</mark> bekijken.....

Examenvraagstuk HAVO wiskunde A, 2011

Wanneer een werkwoord bij de vervoeging verandering van klinkers (a, e, i, ...) vertoont, spreken we van een onregelmatig werkwoord. Een voorbeeld hiervan is het werkwoord lopen, dat wordt vervoegd als **lopen — liep — gelopen**. Als dat niet zo is heet het werkwoord regelmatig.

Veel werkwoorden die tegenwoordig regelmatig zijn, waren vroeger onregelmatig. Onregelmatige werkwoorden hebben namelijk de neiging in de loop der tijd regelmatig te worden.

Wetenschappers turfden het aantal onregelmatige Engelse werkwoorden in drie verschillende perioden en zij ontdekten dat dat aantal afneemt volgende de volgende formule:

 $W = 432 \cdot 0,9995^{t}$

Daarin is W het aantal onregelmatige werkwoorden, en t het jaartal. Bereken met behulp van dit verband wanneer het aantal onregelmatige werkwoorden nog maar 80 zal zijn.

<u>Oplossing</u>

Zet de formule voor W bij Y1.

De formule voor W moet gelijk worden aan 80, dus verzinnen we zelf om bij Y2 de formule Y2 = 80 te zetten.

Op het snijpunt van beiden is W dan automatisch ook 80 !!!

Intersect geeft dan X = t = 3371,95...

Dat zal dus zijn in het jaar 3372

OPGAVEN

- 1. Bereken de snijpunten van de grafieken van de volgende formules:
 - a. P = 2t 18 en Q = 6t + 12
 - b. $M = \sqrt{(a+8)}$ en $N = \frac{1}{a^2}$
 - c. $T = 5 t^2$ en $V = \frac{2}{t-4}$
- 2. Hiernaast is het zijaanzicht van een skatebaan g etekend. Deze baan begint in punt A en eindigt in punt C, zes meter horizontaal vanaf A De formule die de vorm van de baan beschrijft is: $H(x) = 0,1x^3 - 0,6x^2 + 3,2$

Bereken voor welke waarden van *x* de baan lager dan 2 meter is.

3. Heineken houdt een korte maar intensieve reclamecampagne om de verkoop in België te stimuleren. Zoals verwacht neemt de verkoop van Heineken bier direct na aanvang van de reclamecampagne toe. Echter, zodra men stopt met de campagne in België neemt die verkoop langzaam weer af. Belgische reclame- en bierexperts hebben aan de hand van ervaringen met eerdere reclamecampagnes het volgende model opgesteld:

$$L(T) = 600000 + \frac{500000}{0,015t^2 - 0,5t + 5}$$

Daarin is L het aantal liter bier per maand en t de tijd in maanden met t = 0 het tijdstip van de start van de campagne.

- a. Na hoeveel maanden zal men 900000 liter per maand verkopen?
- b. Op welk moment verkoopt men evenveel als in het begin?

4. De Lidl is er trots op al een aantal jaar de beste supermarkt voor groenten en fruit te zijn. Dat komt er mede door, omdat de Lidl de gekochte voorraden groenten en fruit zo kort mogelijk in haar pakhuizen laat liggen, en zo snel mogelijk in de winkels brengt.

De kwaliteit K van de appels wordt weergegeven op een schaal van 1 tot 100.

Voor het aantal verkochte kilos (A) bij kwaliteit K geldt ongeveer de formule:

$$A = \frac{32500}{130 - K} - 250$$

a. Bereken vanaf welke kwaliteit er minstens 500 kg verkocht zal worden. Iemand anders gebruikt het volgende model:

$$A = 12,2 \times (1,045^{K} - 1)$$

b. Bereken bij welke kwaliteit beide modellen dezelfde verkoop voorspellen.

Etappe 3: Maxima, Minima en Nulpunten.

Om een top of een dal (maximum of minimum) van een grafiek te vinden ga je als volgt te werk.

stap 1. PLOT de grafiek en zorg dat je het maximum of minimum in beeld hebt.



stap 2. Druk op CALC en kies 3: minimum of 4: maximum

Erg leuk voor op een feestje...

- stap 3. Kies door met de cursorpijltjes omhoog of omlaag te gaan de juiste formule (zie je boven in beeld)
 (als er maar één formule in je GR staat hoef je dit uiteraard niet tedoen)
- stap 4. Je rekenmachine vraagt nu "Left Bound?"
 Ga met de cursor aan de linkerkant van het maximum/minimum staan, en druk op ENTER
- stap 5.Je rekenmachine vraagt nu "Right Bound?"Ga met de cursor aan de rechterkant van het maximum/minimum
staan, en druk op ENTER.
- stap 6. Je rekenmachine vraagt nu "Guess?"
 Ga met de cursor (ongeveer) op het maximum/minimum staan en druk weer op ENTER.
 Dan verschijnen de coördinaten onder in beeld.

Voorbeeld: Zoek de coördinaten van het maximum van $y = 2x^3 - 5x + 8$.



Het gezochte maximum is ongeveer het punt (-0.91, 11.04)

Nulpunten.

Nulpunten zijn de snijpunten van de grafiek met de *x*-as. Om precies te zijn: het zijn de *x*-coördinaten van die snijpunten. Als een nulpunt gevraagd wordt, hoef je alleen de *x* te noemen (de *y* is niet nodig, want die is namelijk....NUL natuurlijk!) Het berekenen van nulpunten met de rekenmachine gaat als volgt:

- stap 1. Voer de formule in bij $\mathbf{Y} = \mathbf{e}$ en zorg via **WINDOW** dat je de nulpunten in beeld hebt.
- stap 2. Druk op CALC en kies 2: zero
- stap 3. ies door met de cursorpijltjes omhoog of omlaag te gaan de juiste formule (zie je boven in beeld) (als er maar één formule in je GR staat hoef je dit uiteraard niet tedoen)
- stap 4 Je rekenmachine vraagt nu "Left Bound?" Ga met de cursor aan de linkerkant van het nulpunt staan, en druk op ENTER
- stap 5. Je rekenmachine vraagt nu "Right Bound?" Ga met de cursor aan de rechterkant van het nulpunt staan, en druk op ENTER
- stap 6. Je rekenmachine vraagt nu "Guess?" Ga met de cursor (ongeveer) op het nulpunt staan en druk weer op ENTER. Dan verschijnen de coördinaten onder in beeld.

Voorbeeld: Zoek de coördinaten van het nulpunt van de grafiek van $y = \sqrt{(x+2)} - 3$ De oplossing in 8 etappes:



Het gezochte nulpunt is x = 7

OPGAVEN

- 1. Bereken de maxima en/of minima van de volgende grafieken:
 - a. $V = 4p^2 5p + 8$
 - b. $N = 2t + 3 + \frac{21}{t-5}$
 - c. $P = 0.05m^3 1.3m^2 + 0.6m$
- 2. Bereken de nulpunten van de volgende grafieken:

a.
$$f(x) = 2x^5 - 8x^3 + 10$$

- b. $f(x) = \sqrt{(x+8)} 0,2x+2,8$
- 3. De verkoop van Italiaans ijs in Nederland gedurende één jaar wordt aardig

beschreven door de volgende formule:

$$Y(w) = 5.5w^3 - 450w^2 + 8600w + 70000$$

Daarin is Y de hoeveelheid verkocht ijs (in liter) en w het weeknummer, met week 0 van 21 tm 27 maart

- a. In hoeveel weken werd er meer dan 90000 liter ijs verkocht?
- b. Bereken hoeveel liter verschil er tussen de maximale en de minimale ijsverkoop is.
- Door een technische storing in de air-conditioning van een groot gebouw neemt het zuurstofgehalte tijdelijk af.
 De technische staf heeft het verloop van het zuurstofgehalte beschreven met het volgende model:

$$Z = 200 \left(1 - \frac{10}{t+10} + \frac{100}{(t+10)^2} \right)$$

Hierin is *t* de tijd in minuten, gerekend vanaf het moment dat de storing begon, en is Z het aantal cm³ zuurstof per liter lucht op tijdstip *t*. Op het moment t = 0 is het zuurstofniveau normaal.

Bereken in het model het tijdstip waarop het zuurstofgehalte minimaal is.



Etappe 4: Gemengde opgaven

1. Het aantal mobieltjes in Nederland neemt sterk toe. Een conciërge van een middelbare school heeft een poosje bijgehouden hoeveel mobieltjes er waren onder de leerlingen.

De man heeft wiskunde in zijn pakket gehad en ontwikkelt de formule

$$A(t) = 16 \cdot 1,22^{t}$$

a. Bereken met deze formule wanneer er voor het eerst 700 mobieltjes zullen zijn.

Maar dat is een beetje raar: de school heeft maar 600 leerlingen, dus het model van de conciërge kan nooit kloppen. Haastig en met een rood hoofd stelt de man een nieuwe formule op:

$$A = \frac{490}{1 + 30 \cdot 0.8^t}$$

- b. Bereken met deze formule wanneer er voor het eerst 400 mobieltjes zullen zijn.
- c. Onderzoek wanneer beide modellen een verschil van ongeveer 120 mobieltjes geven.
- d. Zullen er volgens deze tweede formule op deze school ooit 400 mobieltjes komen? en 450? en 500?
- 2. De voorraadkosten van een verffabriek vertonen in de jaren 1981/1982 het volgende verloop:



Het normale niveau van de voorraadkosten bedraagt €10000,-Het punt 0 op de horizontale as correspondeert met 1 april 1982. Een medewerker heeft voor het gedeelte van de grafiek dat een afwijking van het normale niveau laat zien, een formule opgesteld:

 $V = t^3 - 363t + 10000$ (V = voorraadkosten in euros, t = tijd in weken)

- a. Op welk tijdstip *t* begint (respectievelijk eindigt) de afwijking van het normale niveau?
- b. Bereken hoeveel procent de maximale afwijking van het normale niveau bedroeg.

3. Examenvraagstuk HAVO wiskunde A, 2007.

Een hardloopster is gespecialiseerd op de 100 meter. Bij dit atletiekonderdeel moet je zo snel mogelijk je topsnelheid halen en die dan proberen vast te houden tot de finish. Haar trainer heeft haar sprint laten onderzoeken met behulp van supersnelle camera's. In onderstaande figuur is het verband tussen de snelheid en de afgelegde afstand in een grafiek weergegeven.



Op verzoek van de trainer heeft een wiskundige een formule gemaakt die goed past bij deze grafiek. Die formule is:

$$v = \frac{100800 \cdot \sqrt{x}}{(x+90)^2}$$

In deze formule is v de snelheid in kilometer per uur en x de afgelegde afstand in meter.

In de figuur zie je dat de maximale snelheid ongeveer 38 km per uur is en de snelheid bij de finish ongeveer 28 km per uur.

- a. Bereken met welke snelheid de hardloopster volgens de formule de finish passeert. Geef je antwoord in één decimaal.
- b. Bereken de hoogste snelheid die de hardloopster bereikt volgens de formule. Geef je antwoord in één decimaal.

In de grafiek zie je dat de snelheid tijdens een gedeelte van de sprint hoger dan 35 km per uur is.

- c. Bereken met behulp van de formule hoeveel meter de hardloopster aflegt met een snelheid die hoger is dan 35 km per uur.
- 4. In de volgende tabel staan de wereldrecords hardlopen bij de mannen tot en met september 2003 op een aantal afstanden.

Afstand (in meters)	Tijd	Gemiddelde snelheid (in km/uur)
100	9.78	36,8
200	19.32	37,3
400	43.18	33,3
800	1 : 41.11	28,5
1000	2 : 11.96	27,3
1500	3 : 26.00	26,2
2000	4 : 44.79	25,3
3000	7 : 20.67	24,5
5000	12 : 39.36	23,7
10 000	26 : 22.75	22,7

In de tabel zie je bijvoorbeeld dat het wereldrecord op de 1000 meter 2 : 11,96 was. dat betekent 2 minuten en 11,96 seconden. Afgerond op één decimaal was daarbij de gemiddelde snelheid 27,3 ^{km}/_{uur}.

Het verband tussen de afstanden en de gemiddelde snelheid uit de tabel kunnen we benaderen met de volgende formule:

$$v = \frac{200 \cdot a}{(44 \cdot a^2 + 1)} - 0,07 \cdot a + 23$$

In deze formule is v de gemiddelde snelheid in km/uur en a de afstand in kilometer.

Met deze formule kun je bij elke afstand boven de 100 meter de gemiddelde snelheid berekenen die hoort bij het denkbeeldig gelopen wereldrecord. Voor bijvoorbeeld een afstand van 2283 zou het wereldrecord met een gemiddelde snelheid van 24,82 ^{km}/_{uur} zijn gelopen.

a. Bereken op welke afstand het denkbeeldige wereldrecord een gemiddelde snelheid van precies 30 ^{km}/_{uur} op zou leveren

In de tabel is de gemiddelde snelheid het hoogst bij de 200 meter. De formule van v is niet maximaal bij de 200 meter maar bij een afstand tussen de 100 en 200 meter.

- b. Bereken in meters nauwkeurig bij welke afstand de gemiddelde snelheid zo groot mogelijk is volgens de formule van *v*
- 5. Billie en Bessie Turf zijn twee gezellige dikkerds. Ze wegen op 1 december (*t* = 0) beiden ongeveer 90 kg en hun gewicht is door hun ongezonde leefpatroon nog steeds continu aan het toenemen.
 Daarom besluiten beiden na een poosje toch maar een dieet te gaan volgen. Omdat dat moet van hun diëtiste houden ze lange tijd hun gewicht bij, en de diëtiste stelt na afloop de volgende wiskundige modellen op voor deze gewichten:

Billie: $G = 90 - 8 \cdot 1, 3^{(-t^2 + 76t - 1444)} + 0, 2t$ Bessie: $G = (0,9t - 14,5) \cdot 2, 7^{(-0,002t^2 + 0,065t - 0,53)} + 98$

Daar bij is t = 0 op 1 december, en t is de tijd in dagen. G is het gewicht in kg.

- a. Plot de grafiek van het gewicht van Billie voor t = 0 tot t = 60. Kies een venster voor y zodat de grafiek duidelijk in beeld is.
- b. Wanneer is Billie waarschijnlijk begonnen aan zijn dieet?
- c. Plot in dezelfde figuur het gewicht van Bessie, en bereken wanneer beiden even zwaar waren
- d. Wat is het maximale gewicht van Bessie geweest?
- e. Onderzoek of er een moment is geweest waarop Billie meer dan 16 kg lichter was dan Bessie.
- f. Hoe groot zal Bessie's gewicht uiteindelijk worden als ze dit dieet volhoudt?

<u>Antwoorden</u>

etappe 1



30 40 50 → tijd in dager

10 20